J. CARPENTIER
Chef de Département à la Direction des Études et Recherches,

et J. SIROUX
Ingénieur attaché au Chef du Service des Mouvements d'énergie,
Électricité de France.

L'OPTIMISATION DE LA PRODUCTION A L'ÉLECTRICITÉ DE FRANCE. NOUVELLES MÉTHODES DE CALCUL ET IMPLANTATION D'UN CALCULATEUR NUMÉRIQUE AU DISPATCHING CENTRAL

Extrait du *Bulletin de la Société française des Electriciens*,
8e Série, Tome IV, N° 39
(Mars 1963)

GAUTHIER-VILLARS & Cie, Éditeur-Imprimeur-Libraire
55, quai des Grands-Augustins
PARIS

Article extrait du n° 39 du Bulletin de la Société française des Électriciens
(Mars 1963).

L'OPTIMISATION DE LA PRODUCTION A L'ÉLECTRICITÉ DE FRANCE. NOUVELLES MÉTHODES DE CALCUL ET IMPLANTATION D'UN CALCULATEUR NUMÉRIQUE AU DISPATCHING CENTRAL (¹)

PAR M. J. CARPENTIER,
Chef de Département à la Direction des Études et Recherches

et M. J. SIROUX,
Ingénieur attaché au Chef du Service des Mouvements d'énergie.

Électricité de France.

Les méthodes d'optimisation de la production connues jusqu'alors n'étaient pas applicables au réseau de l'Électricité de France. De nouvelles méthodes ont été mises au point; elles apportent une solution exacte et générale au problème de l'optimisation de la production compte tenu de la sécurité du transport. En application de ces méthodes, un projet d'implantation d'un calculateur numérique au Dispatching central a été établi.

PREMIÈRE PARTIE.

Problème posé et méthode classique de résolution.

I. — PROBLÈME POSÉ. ÉQUATIONS DE COORDINATION.

La Direction des Études et Recherches et le Service des Mouvements d'énergie de l'Électricité de France mènent actuellement des études concernant les méthodes et les moyens de calcul permettant au Dispatching central de déterminer la répartition optimale des productions dans le réseau français.

Après avoir montré que la méthode utilisée habituellement pour résoudre ce problème ne peut être employée avec succès, un certain nombre de méthodes nouvelles sont présentées, ainsi qu'une rapide description du projet d'implantation d'un calculateur numérique au Dispatching central.

La répartition optimale des productions consiste à minimiser les frais de production tout en satisfaisant les consommations. L'énoncé classique du problème (modules des tensions fixés *a priori* en tous points, limitations diverses non prises en compte) conduit à un équilibre économique caractérisé par l'égalité des coûts marginaux de production « ramenés » en un point unique. Si une variation de puissance se produit en ce point, on peut, à l'optimum, compenser cette variation par n'importe quelle centrale du réseau, la dépense supplémentaire restant la même.

En appelant :

F, les frais de production;
P_i la production au nœud i;
p, les pertes dans le réseau;
λ, le coût marginal de production au nœud K où l'on « ramène » tous les coûts marginaux de production.

L'optimum est caractérisé par les « équations de coordination »

$$\frac{\partial F}{\partial P_K} = \lambda$$

pour le nœud K;

$$\frac{\dfrac{\partial F}{\partial P_i}}{1 - \dfrac{\partial p}{\partial P_i}} = \lambda$$

pour tout nœud i différent de K.

Dans la résolution de ce système d'équations, la difficulté majeure est le calcul des dérivées partielles des pertes $\frac{\partial p}{\partial P_i}$ appelées pertes différentielles.

(¹) Séance du 25 octobre 1962 de la 4ᵉ Section de la Société Française des Électriciens.

Elles dépendent, en effet :

— du schéma du réseau et de la valeur des impédances mises en jeu;

— de la répartition des charges et des productions.

Avant les travaux présentés ci-dessous, on ne savait pas calculer exactement ces pertes différentielles, et l'on avait proposé essentiellement deux méthodes de calcul approchées, la « méthode des coefficients B » et la « méthode des déphasages ».

La méthode des déphasages s'est avérée relativement imprécise dans le cas du réseau de transport français, ce qui n'est pas très surprenant compte tenu des différents niveaux de tension considérés et de la taille du réseau. Cette méthode semblant, par ailleurs, peu utilisée hors de France, elle n'a pas été retenue en seconde analyse.

II. — Analyse de l'application de la méthode des coefficients B.

Cette méthode est actuellement employée par certaines sociétés, en particulier aux États-Unis et en Allemagne.

Elle consiste à considérer un réseau fictif en étoile ayant les mêmes sources de production que le réseau réel et un seul centre de consommation. Ce réseau fictif est calculé de manière à être équivalent au réseau réel du point de vue des pertes. Dans ces conditions, et moyennant un certain nombre d'hypothèses, les pertes différentielles s'expriment par des relations linéaires en fonction des productions :

$$\frac{\partial p}{\partial P_i} = 2\sum B_{ij} P_j + B_{i0}$$

Lorsque la matrice des coefficients B_{ij} et B_{i0} est connue, la résolution des équations de coordination est très simple, mais la difficulté réside dans le calcul de cette matrice des B, ce qui pour un réseau complexe représente un travail extrêmement long; bien que ces coefficients ne soient valables en principe qu'au voisinage d'un état de charge donné, ils ne sont établis en pratique que pour deux ou trois structures types du réseau.

Ainsi, en exploitation, la répartition des productions est calculée pour un schéma du réseau et un état de charge qui ne correspondent pas exactement à la réalité.

En outre, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices sont admises, notamment :

— la plupart des charges, dites « conformes », varient de façon que les courants correspondants restent proportionnels entre eux;

— les modules des tensions des nœuds générateurs sont fixés;

— les phases de ces tensions varient peu.

Les résultats de la méthode des coefficients B ont été jugés satisfaisants pour de nombreux réseaux à production essentiellement thermique où les situations varient relativement peu au cours d'une même journée et au cours des saisons; quelques cas types permettent alors de représenter correctement les situations les plus fréquentes. Par ailleurs, il faut bien noter que pour des réseaux de ce genre, on n'a pratiquement jamais à prendre en considération les limitations dues au transport.

Il convient ici de rappeler les caractéristiques principales du réseau de transport français.

Au 1er janvier 1962, ce réseau était alimenté par :

— 50 centrales thermiques É. D. F. comprenant notamment deux groupes de 250 MW et 25 groupes de 125 MW;

— 56 centrales de « lac » et 10 « grosses éclusées », réservoirs de grande capacité posant des problèmes de gestion à l'échelle annuelle;

— de nombreuses centrales « petites éclusées » et « fil de l'eau » dont certaines (Rhône et Rhin) de forte puissance;

— par ailleurs, il faut ajouter une dizaine de contrats d'achats d'énergie aux producteurs autonomes les plus importants (houillères, sidérurgie) représentant au total 1600 MW environ, ainsi qu'une vingtaine de contrats d'échange avec les pays voisins.

Du point de vue géographique, le réseau est particulièrement étendu, le Nord étant presque exclusivement thermique et le Sud à forte prédominance hydraulique.

Dans ces conditions, une exploitation rationnelle des réserves hydrauliques implique à certaines heures une utilisation importante des possibilités de transit des lignes, et le problème de l'optimisation de la production ne peut être résolu valablement si l'on ne tient pas compte de la *sécurité* d'alimentation des réseaux de distribution.

Il convient donc de trouver une répartition des puissances des groupes qui minimise les frais de production en évitant tout à la fois la surcharge permanente de lignes dans le régime établi, et la surcharge accidentelle en cas de déclenchements. On ne peut, bien entendu, analyser tous les cas possibles de déclenchements simultanés, car ils sont très nombreux, et l'on se contentera, en règle générale, de considérer pour une région donnée la défaillance d'un seul ouvrage à la fois. En opérant ainsi, la sécurité du transport sera assurée si l'on maintient en régime établi avant incident les transits sur les lignes en deçà de certaines limites.

Il convient de noter que ces limites ne correspondent généralement pas aux capacités maximales des ouvrages, mais peuvent être nettement inférieures de façon à réserver la marge correspondant aux défaillances des éléments voisins.

Une autre conséquence de la forte utilisation des capacités des lignes est la nécessité d'adapter le schéma du réseau aux conditions du moment. Ce schéma est donc essentiellement variable et ne peut se réduire à quelques structures types.

Compte tenu de ces particularités du réseau français, il apparaît clairement que la méthode des coefficients B est inapplicable; en l'appliquant brutalement on pourrait, en effet, dans certains cas, surcharger les lignes sans que le calcul le mette en évidence. Comme, d'autre part, il serait pratiquement très malaisé de tenir compte des fréquentes variations du schéma du réseau, on serait conduit à adopter des coefficients B relativement erronés.

Ces reproches sont les principaux qu'on peut adresser à la méthode des coefficients B; à eux seuls ils justifient les recherches entreprises en vue de mettre au point des méthodes mieux adaptées au réseau français.

DEUXIÈME PARTIE.

Nouvelles méthodes de calcul.

I. — Différentes méthodes étudiées.

Le principal problème posé est de trouver une nouvelle formulation, si possible exacte, et surtout tenant compte des différentes contraintes à respecter dans le réseau.

Deux méthodes nouvelles de mise en équation fournissent les formules exactes tenant compte de ces contraintes : C'est la « méthode des transits » (J. Siroux) et la « méthode des injections » (J. Carpentier). Ces deux méthodes ne diffèrent en réalité que par le raisonnement permettant d'établir les relations d'optimalité, les relations elles-mêmes étant identiques; la méthode des transits part de considérations physiques et la méthode des injections d'un théorème mathématique, mais le point d'arrivée est strictement le même.

Seule la méthode des transits sera présentée ici de manière assez détaillée, la méthode des injections ayant déjà fait l'objet d'une publication dans notre *Bulletin*.

Une autre méthode a été mise au point, permettant le calcul exact et relativement rapide des pertes différentielles. C'est la méthode du Jacobien. Elle sera citée pour mémoire, car elle semble d'un emploi moins commode que les méthodes précédentes.

Enfin, dans le cadre des travaux qui seront effectués par le calculateur du Dispatching central, un processus nouveau de calcul de réseau maillé a été mis au point et mérité d'être cité, bien qu'il n'ait pas l'optimisation pour but direct : c'est la méthode des « éliminations ordonnées » qui complète de façon utile l'ensemble des travaux précédents.

II. — Énoncé généralisé du problème du Dispatching économique.

D'une manière générale, nous appellerons « répartition optimale des productions » le problème incluant la détermination des groupes à mettre en service, et « Dispatching économique » le problème plus simple où l'on suppose qu'on a déjà déterminé les groupes en service. Les méthodes des transits et des injections donnent la solution du problème du « Dispatching économique » dans le cadre de l'énoncé généralisé suivant :

On considère un réseau de transport à $N+1$ nœuds $0, 1, 2, \ldots, N$. On veut déterminer les puissances actives P_i et réactives Q_i à produire aux usines génératrices, les phases θ_i et les modules U_i des tensions en tous les nœuds de façon à minimiser les frais de production $F(P_0, P_1, \ldots, P_N)$.

Les consommations actives C_i et réactives D_i sont fixées en tout point.

Les variables P_i, Q_i, θ_i, U_i sont soumises aux conditions ci-dessous :

$$\left.\begin{array}{c} P_i^2+Q_i^2 \leqq S_i^2 \\ P_i \geqq P_i^m \\ Q_i^m \leqq Q_i \leqq Q_i^M \end{array}\right\} \text{ aux nœuds de production}$$

$$U_i^m \leqq U_i \leqq U_i^M \quad \text{en tout nœud}$$

$$\theta_i - \theta_\alpha \leqq T_{i\alpha}$$

α désignant un nœud voisin de i.

Parmi ces conditions, celles relatives aux modules des tensions permettent la détermination du plan de tension optimal. Celles relatives aux écarts de phase $\theta_i - \theta_\alpha$ permettent avec une bonne approximation de limiter les transits sur la ligne $i\alpha$.

III. — Méthode des transits (J. Siroux).

III.1. *Notations et définitions fondamentales.*

On note :

$I_{i\alpha}$ le transit actif partant de i dans la ligne $i\alpha$;

$K_{i\alpha}$ le transit réactif partant de i dans la ligne $i\alpha$ ($I_{\alpha i}$ est, bien entendu, le transit partant de α dans la ligne αi);

λ_i le coût marginal de l'énergie active au nœud i;

μ_i le coût marginal de l'énergie réactive au nœud i.

Lorsque la consommation active en i augmente d'une petite quantité dC_i, les frais de production F augmentent de $dF = \lambda_i\, dC_i$. La définition est analogue pour μ_i. Ces définitions sont fondamentales. Noter qu'elles sont valables en tout nœud, qu'il y ait production ou non.

Mars 1963.

**

III.2. *Relations entre les coûts marginaux de l'énergie en l'absence de contraintes (équations non complètes).*

Si l'on effectue une variation des consommations dC_i et dD_i en i, l'augmentation des dépenses de production est, par définition,

$$dF = \lambda_i\, dC_i + \mu_i\, dD_i$$

A l'optimum, cette dépense doit être le coût de l'énergie supplémentaire fournie par les nœuds voisins α, en faisant varier les transits des lignes αi, toutes choses égales d'ailleurs, condition qui est réalisée lorsque θ_i et U_i varient, les différents θ_α et U_α restant constants. Donc

$$dF = \sum_\alpha \lambda_\alpha\, dI_{\alpha i} + \sum_\alpha \mu_\alpha\, dK_{\alpha i}$$

et

$$\lambda_i\, dC_i + \mu_i\, dD_i = \sum_\alpha \lambda_\alpha\, dI_{\alpha i} + \sum_\alpha \mu_\alpha\, dK_{\alpha i}$$

or

$$dC_i = -\sum_\alpha dI_{i\alpha} \qquad dD_i = -\sum_\alpha dK_{i\alpha} + 2 y_{i0} U_i\, dU_i$$

(y_{i0} étant l'admittance des capacités reliant éventuellement le nœud i et la terre), et

$$\lambda_i \sum_\alpha dI_{i\alpha} + \sum_\alpha \lambda_\alpha\, dI_{\alpha i} + \mu_i \left[\sum_\alpha dK_{i\alpha} - 2 y_{i0} U_i\, dU_i \right] + \sum_\alpha \mu_\alpha\, dK_{\alpha i} = 0$$

Or

$$dI_{i\alpha} = \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i}\, d\theta_i + \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial U_i}\, dU_i$$

En écrivant de manière analogue les autres différentielles $dI_{\alpha i}$, ... en fonction de $d\theta_i$ et dU_i, et en écrivant que la relation trouvée est vraie quels que soient $d\theta_i$ et dU_i, on obtient les deux relations suivantes :

$$(1)\quad \lambda_i \sum_\alpha \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i} + \sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial \theta_i} + \mu_i \sum_\alpha \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial \theta_i} + \sum_\alpha \mu_\alpha \frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial \theta_i} = 0$$

$$(2)\quad \lambda_i \sum_\alpha \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial U_i} + \sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial U_i} + \mu_i \left[\sum_\alpha \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial U_i} - 2 y_{i0} U_i \right] + \sum_\alpha \mu_\alpha \frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial U_i} = 0$$

Les expressions $\frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i}, \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial U_i}, \ldots$ sont des fonctions sinusoïdales en θ_i et θ_α et quadratiques ou linéaires en U_i et U_α; elles sont très aisées à calculer.

En représentant les lignes $i\alpha$ par leur schéma en π, et en appelant

$$R_{i\alpha} + j X_{i\alpha} = \bar{Z}_{i\alpha} = Z_{i\alpha}\, e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \delta_{i\alpha}\right)}$$

l'impédance série, et $y_{i\alpha}$ l'admittance parallèle du schéma en π

$$\frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i} = \frac{U_i U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \cos(\theta_i - \theta_\alpha - \delta_{i\alpha})$$

$$\frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial \theta_i} = -\frac{U_i U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \cos(\theta_\alpha - \theta_i - \delta_{i\alpha})$$

$$\frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial \theta_i} = \frac{U_i U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \sin(\theta_i - \theta_\alpha - \delta_{i\alpha})$$

$$\frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial \theta_i} = -\frac{U_i U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \sin(\theta_\alpha - \theta_i - \delta_{i\alpha})$$

$$\frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial U_i} = \frac{U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \sin(\theta_i - \theta_\alpha - \delta_{i\alpha}) + \frac{2 U_i}{Z_{i\alpha}} \sin \delta_{i\alpha}$$

$$\frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial U_i} = \frac{U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \sin(\theta_\alpha - \theta_i - \delta_{i\alpha})$$

$$\frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial U_i} = -\frac{U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \cos(\theta_i - \theta_\alpha - \delta_{i\alpha}) + \frac{2 U_i}{Z_{i\alpha}} \cos \delta_{i\alpha} - 2 U_i y_{i\alpha}$$

$$\frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial U_i} = -\frac{U_\alpha}{Z_{i\alpha}} \cos(\theta_\alpha - \theta_i - \delta_{i\alpha})$$

III.3. *Relations entre les coûts marginaux de l'énergie en présence de contraintes (relations complètes).*

Contraintes de transport.

Une contrainte de transport s'exprime sous la forme

$$\theta_i - \theta_\alpha \leqq T_{i\alpha} \quad \text{ou} \quad \theta_\alpha - \theta_i \leqq T_{\alpha i} \quad (T_{i\alpha} \text{ et } T_{\alpha i} \text{ positifs})$$

Lorsqu'elle intervient, elle correspond à limiter l'amplitude $d\theta_i$ de la variation de θ_i. Si, par exemple, on bute sur une contrainte de la forme

$$\theta_i - \theta_\alpha \leqq T_{i\alpha}$$

on ne peut pas augmenter $d\theta_i$ suffisamment pour que la relation (1) soit vérifiée; ceci montre qu'on ne peut pas exporter de i l'énergie active correspondant à l'équilibre économique libre : le prix de l'énergie active λ_i en i est donc plus faible que celui de l'équilibre libre.

$\sum_\alpha \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i}$ est toujours $\geqq 0$, et l'on traduit ce qui précède en introduisant dans l'équation (1) une quantité $t_{i\alpha} \geqq 0$ telle que

$$\lambda_i \sum_\alpha \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i} + \sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial \theta_i} + \mu_i \sum_\alpha \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial \theta_i} + \sum_\alpha \mu_\alpha \frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial \theta_i} + t_{i\alpha} = 0$$

De même, si l'on butait sur une condition de la forme

$$\theta_\alpha - \theta_i \leqq T_{\alpha i}$$

il faudrait retrancher une quantité $t_{\alpha i} \geqq 0$ de l'équation (1). En conclusion, l'équation (1) prend la forme complète

$$(1') \quad \lambda_i \sum_\alpha \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i} + \sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial \theta_i} + \mu_i \sum_\alpha \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial \theta_i} + \sum_\alpha \mu_\alpha \frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial \theta_i} + \sum_\alpha (t_{i\alpha} - t_{\alpha i}) = 0$$

avec

$$t_{i\alpha} \geqq 0 \qquad (\theta_i - \theta_\alpha - T_{i\alpha}) t_{i\alpha} = 0$$
$$t_{\alpha i} \geqq 0 \qquad (\theta_\alpha - \theta_i - T_{\alpha i}) t_{\alpha i} = 0$$

Contraintes portant sur les modules de tensions.

Lorsque la contrainte $U_i \leqq U_i^M$ intervient, elle limite l'amplitude dU_i de la variation de U_i; dU_i ne peut pas augmenter suffisamment pour que la relation (2) soit vérifiée; ceci montre qu'on ne peut pas exporter de i l'énergie réactive correspondant à l'équilibre économique libre : le prix de l'énergie réactive μ_i en i est donc plus faible que celui de l'équilibre libre.

$\sum_\alpha \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial U_i} - 2y_{i0} U_i$ est toujours $\geqq 0$, et ce qui précède conduit à introduire une quantité $u_i \geqq 0$ telle que

$$\lambda_i \sum_\alpha \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial U_i} + \sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial U_i} + \mu_i \left[\sum_\alpha \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial U_i} - 2y_{i0} U_i \right] + \sum_\alpha \mu_\alpha \frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial U_i} + u_i = 0$$

De même, si l'on butait sur la condition $u_i \geqq u_i^m$ il faudrait retrancher de l'équation (2) la quantité $u'_i \geqq 0$.

En conclusion, l'équation (2) prend la forme complète

$$(2') \quad \lambda_i \sum_\alpha \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial U_i} + \sum_\alpha \lambda_\alpha \frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial U_i} + \mu_i \left[\sum_\alpha \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial U_i} - 2y_{i0} U_i \right] + \sum_\alpha \mu_\alpha \frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial U_i} + u_i - u'_i = 0$$

avec

$$u_i \geqq 0 \qquad (U_i - U_i^M) u_i = 0$$
$$u'_i \geqq 0 \qquad (U_i - U_i^m) u'_i = 0$$

III.4. *Relations liant les coûts marginaux de production et les coûts marginaux de l'énergie en un point de production.*

Si la production active n'est pas limitée par une des contraintes,

$$\lambda_i = \frac{\partial F}{\partial P_i}$$

Si la production active est limitée supérieurement,

$$\lambda_i \geqq \frac{\partial F}{\partial P_i}$$

Si la production active est limitée inférieurement,

$$\lambda_i \leqq \frac{\partial F}{\partial P_i}$$

Si la production réactive n'est pas limitée par une des contraintes,

$$\mu_i = \frac{\partial F}{\partial Q_i} = 0$$

Si la production réactive est limitée supérieurement, $\mu_i \geqq 0$; si la production réactive est limitée inférieurement, $\mu_i \leqq 0$.

III.5. *Relations caractéristiques du réseau maillé.*

Elles s'écrivent

$$P_i - C_i = \sum_\alpha I_{i\alpha}$$

$$Q_i - D_i = \sum_\alpha K_{i\alpha} - y_{i0} U_i^2$$

L'ensemble des relations ci-dessus caractérise l'optimum économique, et il suffit de les résoudre pour obtenir la solution exacte du problème. On peut observer qu'aucune hypothèse restrictive n'a été effectuée.

III.6. *Résolution pratique des relations établies.*

Les relations établies peuvent se résoudre par approximations successives, exactement comme pour un calcul de réseau maillé par la méthode itérative nodale. Au départ, on se donne θ, U, λ, μ en tout nœud, de manière théoriquement arbitraire. (En pratique, on connaîtra des valeurs voisines des valeurs cherchées, et il y aura intérêt à les prendre comme valeurs de départ.)

A chaque pas, on s'efforce de corriger les grandeurs θ_i, U_i, λ_i, μ_i, P_i, Q_i de façon à vérifier les six équations établies pour le nœud i, en utilisant ainsi un processus de relaxation-bloc. On balaie les différents nœuds successivement, et l'on répète les balayages correctifs jusqu'à stabilisation des valeurs des variables.

Noter que la solution fournit les valeurs θ et U caractérisant les tensions complexes : on effectue simultanément l'optimisation et le calcul du réseau maillé, si bien que le dispatcher sera renseigné d'une manière complète sur l'état de son réseau, ce qui est extrêmement important du point de vue de la sécurité du transport.

IV. — Méthode des injections (J. Carpentier).

Cette méthode, fondée sur l'application du théorème de Kuhn et Tucker, a déjà fait l'objet d'un article dans notre *Bulletin* d'août 1962 et nous invitons le lecteur à s'y reporter.

On pourra remarquer l'identité des relations établies par la méthode des transits et des « relations du Dispatching économique » de la méthode des injections. En particulier, les relations B_i et (1′) d'une part, B_i' et (2′) d'autre part, sont identiques, car

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial I_{i\alpha}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial I_i}{\partial \theta_i} \qquad \frac{\partial I_{\alpha i}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial I_{\alpha}}{\partial \theta_i}$$

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial K_{i\alpha}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial K_i}{\partial \theta_i} \qquad \frac{\partial K_{\alpha i}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial K_{\alpha}}{\partial \theta_i}$$

et de même pour les dérivées partielles par rapport aux modules des tensions. Dans les équations (1′) et (2′), les transits $I_{i\alpha}$, $I_{\alpha i}$, ... sont explicités, tandis que dans les équations B_i et B_i' ce sont les injections I_i, I_{α}, ..., mais les dérivées partielles sont les mêmes et les relations sont bien identiques.

Il est intéressant de constater ainsi la convergence de deux voies d'approche extrêmement différentes au départ vers un même résultat.

V. — Calcul exact des pertes différentielles par la méthode du Jacobien.

Cette méthode, mise au point préalablement aux méthodes des injections et des transits, permet par un changement de variable de calculer exactement les pertes différentielles. Dans l'optique actuelle, elle ne semble plus d'un très grand intérêt pratique. Pour tous détails, le lecteur est invité à se reporter au numéro d'août 1962 de notre *Bulletin*.

VI. — Problèmes en cours d'étude concernant la répartition optimale des productions.

Les méthodes des transits et des injections conduisent à des équations qu'il faut résoudre. Jusqu'ici des réseaux de petite taille ont été traités numériquement, et un travail d'analyse numérique relativement long reste à effectuer : c'est la mise au point dans les moindres détails de procédés de résolution suffisamment rapides pour convenir au réseau de transport de l'Électricité de France, qui ne compte pas moins de 350 nœuds.

Un problème important non encore résolu est la détermination des groupes à mettre en service. Ce problème a deux aspects : un aspect instantané compte tenu des frais de marche à vide, et un aspect à l'échelle de la journée mettant en jeu les frais de démarrage. Les études correspondantes sont en cours.

Une autre difficulté importante est l'inclusion des usines hydrauliques dans la répartition optimale. On a supposé dans ce qui précède qu'on connaissait, ou bien la production imposée de ces usines, ou bien le coût marginal de production équivalent. Actuellement, des méthodes sont en cours d'étude pour déterminer ces dernières grandeurs de la manière la plus économique.

VII. — Méthode des éliminations ordonnées (J. Carpentier).

VII.1. *Principe.*

Cette méthode ne concerne pas la répartition optimale, mais sera utilisée dans le calculateur du Dispatching central pour divers calculs annexes. Contrairement à ce qui précède, elle ne concerne pas la formulation d'un problème; c'est un procédé d'analyse numérique permettant de résoudre rapidement des systèmes linéaires rencontrés fréquemment dans les calculs de réseaux.

On a, en effet, souvent à résoudre des systèmes d'équations linéaires s'écrivant en langage matriciel sous la forme

$$I = YV$$

où :

I est un vecteur colonne, représentant, par exemple, les courants injectés aux différents nœuds d'un réseau, sauf au nœud bilan;

V est un vecteur colonne, par exemple celui des tensions aux nœuds précédents;

Y est une matrice symétrique très creuse; dans l'exemple choisi, ce sera la matrice admittance du réseau.

Le problème posé est de calculer V connaissant I et Y.

La méthode classique d'élimination de Gauss consiste à prendre une équation, à tirer une variable de cette équation et à reporter cette variable dans les autres équations. On a ainsi éliminé une variable, et il suffit d'appliquer ce processus sur le système résiduel autant de fois qu'il reste de variables à éliminer.

Il est bien évident que le volume des calculs dépend de l'ordre dans lequel on choisit les variables à éliminer. La méthode des éliminations ordonnées permet de déterminer cet ordre de façon à réduire le volume des calculs.

Le principe en est simple : à chaque pas de l'élimination, on choisit comme variable à éliminer celle ou l'une de celles qui rend le plus petit possible le nombre de termes non nuls apparaissant (algébriquement) dans les équations résiduelles. Ce nombre est aisé à calculer : on peut, en effet, associer au système d'équations résiduelles un réseau ayant autant de nœuds que de variables restant à éliminer, deux nœuds étant reliés par une ligne lorsque les variables correspondantes figurent avec des coefficients non nuls dans au moins une équation résiduelle. Dans ce réseau, soient n_k le nombre de nœuds voisins du nœud k, et C_k le nombre de connexions existant entre les différents voisins de k. On montre facilement que si l'on élimine le nœud k, le nombre de termes qui apparaissent dans les équations résiduelles est

$$P_k = n_k(n_k - 2) - 2C_k$$

Dans ces conditions, le processus de détermination de l'ordre des nœuds à éliminer consiste simplement, à chaque pas, à calculer P_k pour tous les nœuds k restants, et à choisir le nœud (ou l'un des nœuds) qui minimise P_k. Pratiquement, on doit exécuter des calculs sur des matrices « topologiques », composées de 0 et de 1, ce qui ne présente pas de difficulté majeure.

VII.2. *Résultats numériques obtenus.*

Des calculs sur des réseaux existants ont été effectués à la main et à l'aide d'un programme écrit sur l'ordinateur IBM 7090. Ces calculs topologiques permettent de déterminer l'ordre dans lequel il convient d'éliminer les nœuds, et en même temps le nombre d'opérations nécessaires pour résoudre le système linéaire. Il est intéressant de comparer ces nombres à ceux mis en jeu dans d'autres méthodes, en particulier la méthode itérative nodale couramment utilisée actuellement.

D'une manière générale, après avoir déterminé l'ordre d'élimination des nœuds, la résolution d'un système s'effectuera en deux phases, la « phase T », où l'on transforme la matrice admittance Y en une matrice triangulaire T, et la « phase S », où l'on calcule la solution en fonction de T et du second membre. La phase T n'est pas à répéter si le second membre change seul, la matrice Y restant la même.

En convenant d'appeler « opération élémentaire », ou bien l'ensemble d'une addition et d'une multiplication, ou bien une division (ce qui, dans la plupart des calculateurs électroniques, nécessite des durées voisines), on a figuré dans le tableau I le nombre d'opérations élémentaires correspondant pour différents réseaux à la phase T, à la phase S, à l'ensemble $T + S$, et dans la dernière colonne le nombre moyen d'opérations par la méthode itérative nodale (M. I. N.). Les réseaux testés sont issus du réseau de transport français, avec un nombre de nœuds allant de 16 à 354, et du réseau de la Bayernwerk avec 65 nœuds. On peut noter sur le tableau l'intérêt de la méthode dans le cas de réseaux très étendus.

TABLEAU I

Type de réseau	Nombre de noeuds	Nombre d'opérations élémentaires			
		T	S	T+S	M.I.N.
France	16	162	82	244	1 000
	31	297	156	453	3 800
	75	967	450	1417	22 500
	354	4841	1926	6767	500 000
Bayernwerk	65	399	248	647	17 000

VII.3. *Applications pratiques de la méthode des éliminations ordonnées.*

Trois applications de la méthode seront réalisées sur le calculateur du Dispatching central :

— des calculs de réseau avec l'approximation de la table à courant continu; bien qu'assez grossiers, ces calculs peuvent être utiles par leur rapidité pour vérifier la sécurité du transport;

— des calculs de courts-circuits; l'application de la méthode des éliminations ordonnées permet en effet de calculer les effets en tout point d'un défaut sans avoir à construire de matrice inverse, et permet de gagner du temps sur les méthodes utilisées jusqu'ici;

— des calculs de « déclenchements », qui serviront à déterminer les limites de transit T_{l} à afficher dans le problème du Dispatching économique pour éviter la surcharge de lignes en cas de déclenchements d'ouvrages.

Mars 1963.

TROISIÈME PARTIE.

Projet d'implantation d'un calculateur numérique au Dispatching central.

Compte tenu des résultats des études décrites, il a paru raisonnable de scinder l'implantation du calculateur en trois étapes, la mise en place de la dernière étape étant encore envisagée comme une éventualité et non une décision.

I. — Première étape : Sécurité.

Cette étape préliminaire sera consacrée à la sécurité : on effectuera des calculs de réseaux maillés, de déclenchements, et de courts-circuits, afin de vérifier la sécurité du transport après l'établissement manuel de la répartition des productions. Ceci répondra aux besoins les plus urgents du Service des Mouvements d'énergie, qui ne dispose actuellement que d'une table à calcul à courant continu devenue insuffisante.

Le matériel, dont l'implantation est prévue dans le courant de l'année 1963, est un calculateur numérique Ramo Wsoldridge RW 530, comprenant :

— une unité centrale incluant l'unité arithmétique, une mémoire rapide à tores magnétiques de 16 000 mots et une unité d'échange entre la mémoire centrale et les organes périphériques;

— deux dérouleurs de bandes magnétiques;

— une machine Flexowriter;

— un lecteur rapide de bande perforée;

— un perforateur rapide de bande perforée;

— une imprimante.

La rapidité de ce calculateur permettra de résoudre les problèmes de réseaux maillés pour le réseau français à 350 nœuds en quelques minutes de façon rigoureuse et en moins de 20 s avec l'approximation de la table à courant continu.

II. — Deuxième étape : Optimisation de la production sans connexion directe entre le calculateur et le réseau.

Dans cette seconde étape, qui sera mise en place progressivement à partir de 1964 et nécessitera une extension du matériel précédent, le calculateur sera chargé d'établir automatiquement le programme de production des usines pour le lendemain; il échangera des informations avec les Centres régionaux de Mouvements d'énergie par liaison télex, mais ne sera pas connecté au réseau lui-même : en particulier, il ne sera pas chargé de la commande automatique des usines.

Le calculateur aura, dans sa mémoire, les données physiques concernant le réseau, les données économiques caractérisant les centrales thermiques, les règles de gestion à long terme des réservoirs hydrauliques (ces dernières pouvant se trouver sous la forme de bandes magnétiques issues de l'ordinateur 7090 et placées directement dans le calculateur RW 530), les règles concernant la sécurité du transport et la liste du matériel disponible le jour précédent.

Chaque matin, les informations suivantes seront entrées dans le calculateur :

— Modifications du matériel disponible, des coûts thermiques, du schéma du réseau;

— Prévisions de consommation;

— Prévisions d'apport pour certaines usines hydrauliques, plannings de production établis dans les centres régionaux pour certaines autres;

— Indication de « jours de référence », qui permettront au calculateur, d'une part d'effectuer des comparaisons et de vérifier la vraisemblance des données et des résultats, d'autre part d'avoir des solutions de départ voisines du but cherché pour les calculs par approximations successives. Ceci est très important en pratique et correspond à une véritable « intelligence » du calculateur.

Après vérification de la vraisemblance des données reçues, le calculateur établira le programme de production des usines pour le lendemain. Pour cela, il utilisera les méthodes exposées précédemment. Au début de la seconde étape, on se contentera de déterminer les groupes à mettre en service et d'appliquer une variante des méthodes présentées, où l'on ne calcule pas le plan optimal de tension, mais où l'on tient compte des contraintes de transport; ceci représentera déjà un progrès appréciable par rapport aux méthodes traditionnelles et permettra d'acquérir une expérience pratique très utile. La détermination du plan de tension optimal et l'optimisation des usines hydrauliques viendront ensuite compléter progressivement ces premiers calculs. Il est bon de noter qu'on ne se contentera pas de déterminer la répartition optimale correspondant aux prévisions effectuées pour le lendemain, mais on prévoiera les modifications à apporter à cette répartition au cas où les consommations et les apports hydrologiques réels ne correspondraient pas aux prévisions. Ces modifications, qui se traduisent par les valeurs de consigne des paramètres du réglage de fréquence et par des listes d'usines à mettre en marche ou à arrêter, ont un rôle important, car ils permettront pratiquement un ajustement économique de la production à la consommation au cas où les prévisions seraient erronées.

Une fois tous les calculs précédents effectués, en fin de journée, le calculateur vérifiera les résultats obtenus et transmettra aux centres régionaux les programmes de production des usines pour le lendemain, ainsi que les modifications éventuelles définies ci-dessus.

Cette deuxième étape apporte au problème de la répartition optimale des productions une solution semi-automatique qui demande un équipement relativement léger, en particulier du point de vue des télémesures, et reste très souple, en tenant compte notamment des différences entre prévisions et réalité.

III. — Troisième étape (éventuelle) : Commande automatique.

Il convient de considérer la possibilité de commander les usines à partir du calculateur de Dispatching, ce qui correspond à une automatisation complète du processus.

La connexion directe du calculateur aux usines ne semble pas souhaitable. En effet, des retards nuisibles seraient créés dans les boucles d'asservissement par le calculateur numérique, qui, d'autre part, devrait avoir un niveau de sécurité extrêmement élevé, entraînant des investissements très importants. Au contraire, le calculateur pourrait aisément modifier les points de consigne du réglage de fréquence, par exemple quand celui-ci constaterait un écart de phase appréciable : l'investissement serait moins élevé et la sécurité plus grande.

Aussi, si la troisième étape voit le jour, ce sera certainement sous le dernier aspect décrit; mais dans l'état actuel de nos connaissances, il est difficile de chiffrer les gains qu'on peut attendre du passage de la deuxième à la troisième étape, et il n'est pas certain que cette troisième étape soit économiquement justifiée : avant toute décision, il est nécessaire d'effectuer une étude de rentabilité, ce qui ne sera possible que lorsque la deuxième étape aura été réalisée.

CONCLUSION.

Du travail présenté, qui est loin d'être terminé, on peut tirer quelques remarques d'ordre général :

— Les études nécessitent la fusion de techniques de natures assez diverses comme la pratique des Mouvements d'énergie, l'Électrotechnique, la Recherche opérationnelle, le Calcul électronique.

— Le matériel utilisé sera un calculateur numérique rapide, alors que les solutions proposées il y a quelques années comportaient toutes un calculateur analogique.

— La connexion directe du calculateur au système physique ne semble pas s'imposer *a priori*, mais dépend des résultats d'une étude économique.

De ces trois points, il semble que le premier soit de loin le plus important, car il nécessite la formation d'une équipe d'hommes différents, parlant au départ des langages différents : bien que ce problème, essentiellement humain, soit souvent malaisé à résoudre, l'expérience vécue par les auteurs permet d'avoir la plus grande confiance dans la possibilité de telles réalisations.

(Manuscrit reçu le 4 janvier 1963.)

IMPRIMERIE
GAUTHIER-VILLARS & Cie

55, Quai des Grands-Augustins
PARIS

163182

Imprimé en France.